# АСИМПТОТИКА СПЕКТРА ДВУМЕРНОГО ОПЕРАТОРА ТИПА ХАРТРИ ВБЛИЗИ ВЕРХНИХ ГРАНИЦ СПЕКТРАЛЬНЫХ КЛАСТЕРОВ[1]

**А.В. Перескоков**[2] (Москва, НИУ ВШЭ, НИУ МЭИ)
*pereskokov62@mail.ru*

Рассматривается задача на собственные значения для нелинейного оператора типа Хартри в $L^2(\mathbb{R}^2)$

$$(\mathbf{H}-\varepsilon\int_{\mathbb{R}^2}(\ln|q-q'|+U(|q-q'|))\mid\psi(q')\mid^2 dq')\psi=\lambda\psi, \|\psi\|_{L^2(\mathbb{R}^2)}=1,$$

где

$$\mathbf{H}=-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2}{\partial q_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial q_2^2}\right)+\frac{q_1^2+q_2^2}{2}$$

— двумерный осциллятор, $\varepsilon>0$ — малый параметр, а $U=U(z)$ — непрерывно дифференцируемая при $z\geq 0$ функция, для которой справедливо разложение $U(z)=U_0+U_1z^{-1}+U_2z^{-2}+O(z^{-3})$, $z\to\infty$. Здесь $U_0$, $U_1$, $U_2$ — константы.

Особенностью задачи является то, что она относится к классу резонансных. Для построения асимптотических решений воспользуемся тем, что в полярных координатах уравнение допускает разделение переменных. В работе найдена серия асимптотических собственных значений вблизи верхних границ спектральных кластеров, которые образуются около уровней энергии невозмущенного оператора:

$$\lambda_{n,k}(\varepsilon)=n+1-\frac{\varepsilon}{2}\ln n-\varepsilon U_0-\frac{\varepsilon U_1\ln n}{2\pi\sqrt{n}}-\frac{2\varepsilon}{\sqrt{n}}\left(\frac{\delta_k}{\sqrt{\pi}}+\pi\sigma_k\right)+O\left(\frac{\ln n}{n^2}\right),$$

$n\to\infty$. Здесь $n$ имеет порядок $\varepsilon^{-1}$, $k=0,1,2,\ldots$. Формулы для чисел $\delta_k$, $\sigma_k$ приведены в [1]. Сответствующие асимптотические собственные функции локализованы вблизи окружности.

## Литература

1. Pereskokov A.V. Asymptotics of the spectrum of a two-dimensional Hartree type operator near upper boundaries of spectral clusters. Asymptotic solutions located near a circle // Journal of Mathematical Sciences. — 2017. — Vol. 226, № 4. — PP. 517–530.

---

[1] Результаты получены в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России (проект FSWF-2020-0022).