

КВАЗИКЛАССИЧЕСКАЯ АСИМПТОТИКА СПЕКТРА ВБЛИЗИ ГРАНИЦ СПЕКТРАЛЬНЫХ КЛАСТЕРОВ ДЛЯ ОПЕРАТОРА ТИПА ХАРТРИ

Перескоков А.В.¹

1) ФГБОУ ВО "НИУ "МЭИ", АВТИ, кафедра математического моделирования, e-mail: pereskokov62@mail.ru

Рассматривается задача на собственные значения для нелинейного оператора типа Хартри в $L^2(\mathbb{R}^2)$

$$\left(H_0 + \varepsilon \int_{\mathbb{R}^2} W(|q - q'|^2) |\psi(q')|^2 dq' \right) \psi = \lambda \psi, \quad \|\psi\|_{L^2(\mathbb{R}^2)} = 1, \quad (1)$$

где

$$H_0 = -\hbar^2 (\partial^2 / \partial q_1^2 + \partial^2 / \partial q_2^2) / 2 + (q_1^2 + q_2^2) / 2$$

- двумерный осциллятор, $W(x)$ - произвольный многочлен второй степени с вещественными коэффициентами, $\hbar > 0, \varepsilon > 0$ - малые параметры, причем $\varepsilon \ll \hbar$. Для определенности рассмотрим случай, когда $\varepsilon = \hbar^2$.

Особенностью задачи (1) является то, что она относится к классу резонансных: обе частоты двумерного осциллятора H_0 равны 1. Но тогда лучевой метод и общая теория комплексного ростка Маслова неприменимы. В работе [1] на примере спектральной задачи для двумерного возмущенного осциллятора был предложен общий метод нахождения серий асимптотических собственных значений вблизи границ спектральных кластеров, которые образуются около собственных значений невозмущенного уравнения (при $\varepsilon = 0$). Он основан на новом интегральном представлении. В данной работе этот метод будет использован для нахождения асимптотических собственных значений задачи (1) вблизи границ спектральных кластеров.

После применения операторного усреднения и когерентного преобразования к задаче (1) на l -ом неприводимом представлении алгебры симметрий невозмущенного оператора мы приходим к задаче на собственные значения в пространстве \mathcal{P}_l антиголоморфных полиномов степени не выше l , где число l имеет порядок \hbar^{-1} . Искомый полином удовлетворяет дифференциальному уравнению второго порядка. Вначале изучается многоточечная спектральная задача в классе антиголоморфных функций с равными нулю характеристическими показателями в конечных особых точках. Далее асимптотика искомого полинома получается с помощью операции проектирования на подпространство \mathcal{P}_l . Асимптотические собственные значения задачи (1) вблизи верхних границ спектральных кластеров были найдены в работе [2].

Литература

1. Перескоков А.В. Асимптотика спектра и квантовых средних вблизи границ спектральных кластеров для возмущенного двумерного осциллятора // – Матем. Заметки (2012) **92**, вып.4, с.583–596.
2. Перескоков А.В. Квазиклассическая асимптотика спектра оператора типа Хартри вблизи верхних границ спектральных кластеров // – ТМФ (2014) **178**, №1, с.88–106.